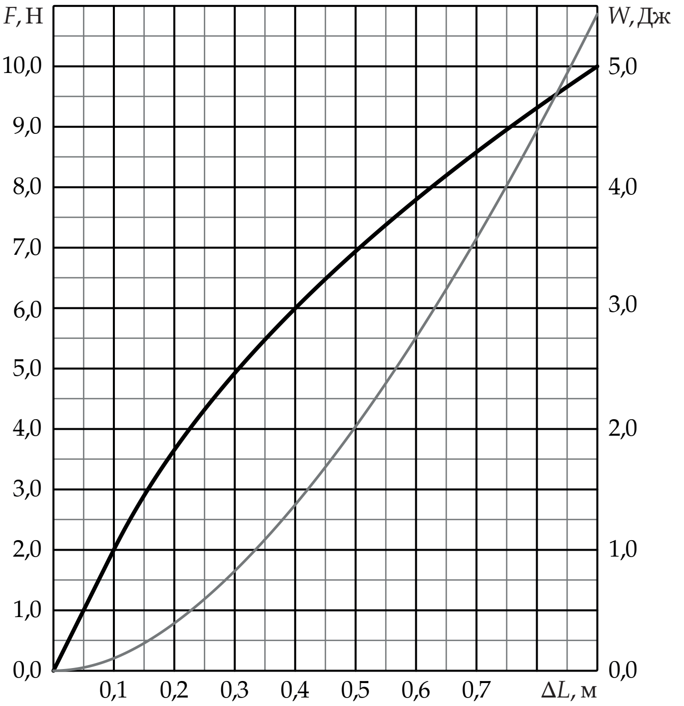
Условия задач, авторские решения, критерии оценивания

1. Нелинейный шнур (6 баллов)

Крюков П. А.

Графики зависимостей $F(\Delta L)$ и $W(\Delta L)$ упругой силы и энергии деформации нелинейного резинового шнура от его удлинения ΔL изображены на рисунке, представленном ниже. Зависимости $F(\Delta L)$ соответствует чёрная линия увеличенной толщины, при этом значения считываются с левой шкалы. Зависимости $W(\Delta L)$ соответствует серая линия, значения считываются со шкалы справа.



Пусть один конец шнура закреплён на потолке, а к другому концу присоединён груз массой M. Сначала шнур имеет форму прямой линии, не провисает, но и не деформирован, груз удерживается внешней силой. В некоторый момент времени груз освобождают. Найдите максимальное удлинение шнура $\Delta L_{\max}$, равновесное удлинение ΔL_0, устанавливающееся спустя длительное время после начала процесса, когда колебания прекращаются, а также период T малых колебаний груза на шнуре вблизи положения равновесия для двух значений массы M.

А. (*2 балла*) $M = 0{,}1$ кг;

Б. (*4 балла*) $M = 0{,}6$ кг.

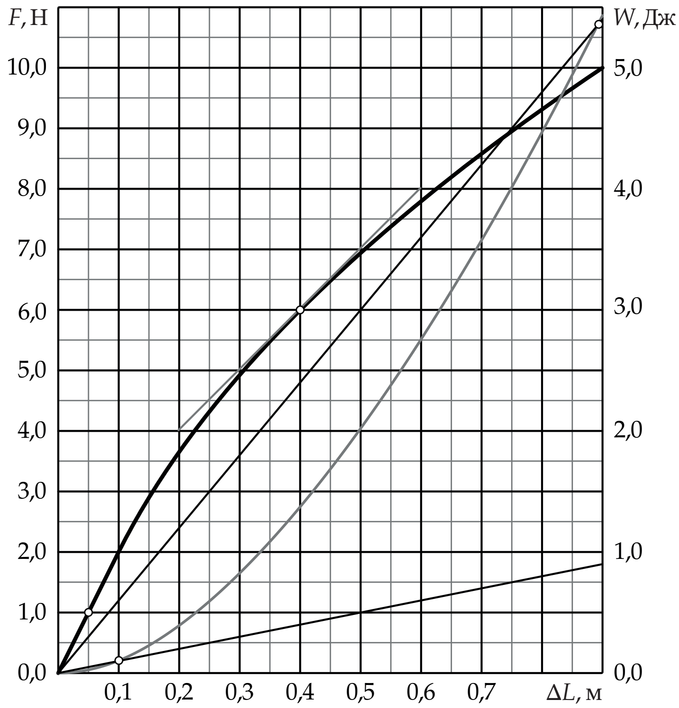
Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2.

Решение

Поскольку потери энергии при падении груза малы, максимальное удлинение может быть найдено на основании закона сохранения энергии. Искомая величина в каждом случае есть решение уравнения

$$W(\Delta L) = mg\Delta L,$$

которое может быть найдено графическим способом. Сделав необходимые построения (см. график на рисунке, представленном ниже) находим значения максимального отклонения для каждого пункта. В пункте А получается значение $\Delta L_{\max}^{(A)} \approx 0{,}10$ м, в пункте Б получается $\Delta L_{\max}^{(Б)} \approx 0{,}89$ м.



Ещё проще найти равновесное значение удлинения. Искомая величина в этом случае удовлетворяет уравнению

$$F(\Delta L) = mg,$$

которое легко решается графически. В результате в пунктах А и Б получается соответственно $\Delta L_0^{(A)} \approx 0{,}05$ м и $\Delta L_0^{(Б)} \approx 0{,}4$ м.

Для определения периода колебаний будем рассматривать груз на резинке, как пружинный маятник, при этом коэффициент жёсткости пружины будем считать равным тангенсу угла наклона касательной к графику силы в положении равновесия. В пункте А жёсткость вблизи положения равновесия равна $k^{(A)} \approx 20$ Н/м, в пункте Б $k^{(Б)} \approx 10$ Н/м. Таким образом период малых колебаний в пункте А равен

$$T^{(A)} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \approx 2\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{20}} \approx 0{,}44 \text{ с}.$$

В пункте Б получается другое значение

$$T^{(Б)} \approx 2\pi\sqrt{\frac{0{,}6}{10}} \approx 1{,}54 \text{ с}.$$

Ответ: А. $\Delta L_0^{(A)} \approx 0{,}05$ м, $\Delta L_{\max}^{(A)} \approx 0{,}10$ м, $T^{(A)} \approx 0{,}44$ с.
Б. $\Delta L_0^{(Б)} \approx 0{,}4$ м, $\Delta L_{\max}^{(Б)} \approx 0{,}89$ м, $T^{(Б} \approx 2\pi\sqrt{\frac{0{,}6}{10}} \approx 1{,}54$ с.

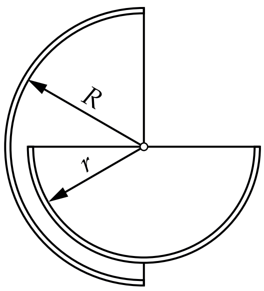
Критерии

При оценивании этой задачи верными следует считать значения, которые отличаются от значений, выписанных в ответе, не более, чем на 8%.

№	Критерий	Балл
1А.1	Получено верное равновесное значение $\Delta L_0^{(A)} \approx 0{,}05$ м .	0,4
1А.2	Получено верное значение максимального удлинения $\Delta L_{\max}^{(A)} \approx 0{,}10$ м.	0,8
1А.3	Найдено верное значение периода колебаний $T^{(A)} \approx 0{,}44$ с	0,8
1Б.1	Получено верное равновесное значение $\Delta L_0^{(\text{Б})} \approx 0{,}4$ м.	0,4
1Б.2	Получено верное значение максимального удлинения , $\Delta L_{\max}^{(\text{Б})} \approx 0{,}89$ м.	1,6
1Б.3	Предлагается идея определения эффективной жёсткости вблизи равновесного положения, как тангенса угла наклона касательной.	0,8
1Б.4	Получено верное значение эффективной жёсткости $k^{(\text{Б})} \approx 10$ Н/м	0,8
1Б.5	Найдено верное значение периода колебаний $T^{(\text{Б}} \approx 2\pi\sqrt{\frac{0{,}6}{10}} \approx 1{,}54$ с	0,4

2. Полусферы (7 баллов)
Ермилов М. М.

Имеются две диэлектрические равномерно заряженные полусферы с радиусами R и r и зарядами Q и q соответственно. Полусферы имеют общий центр и расположены относительно друг друга так, что плоскость, закрывающая одну полусферу, перпендикулярна плоскости, закрывающей другую полусферу (см. рисунок). Найдите энергию электростатического взаимодействия полусфер.



Решение

Задача допускает несколько способов решения. Покажем два из них.

Пусть искомая энергия взаимодействия равна W. Дополним рассматриваемую систему зарядов ещё одной заряженной полусферой радиусом r, так чтобы образовалась малая заряженная сфера.

Потенциал поля малой сферы во всех точках большой полусферы равен $k\frac{2q}{R}$, поэтому энергия взаимодействия сферы радиусом r и полусферы радиусом R равна $k\frac{2qQ}{R}$. С другой стороны, эта энергия равна удвоенной энергии взаимодействия большой и малой полусфер, иначе говоря, удвоенной искомой энергии, поэтому $W = k\frac{qQ}{R}$.

Другой способ решения предполагает анализ распределения потенциала полусферы. Рассмотрим поле большой полусферы. Потенциал этого поля в общем центре полусфер равен $\varphi = \frac{kQ}{R}$. Если большую полусферу дополнить до целой сферы, то потенциал в любой точке внутри сферы будет равен 2φ. Отсюда следуют два утверждения.

а) Во всех точках среза большой полусферы (т.е. во всех точках круга, дополняющего полусферу до замкнутой поверхности) потенциал равен φ.

б) Если рассмотреть две точки A и B, симметричные относительно среза большой полусферы, то потенциалы в этих точках равны $\varphi - \delta$ и $\varphi + \delta$, где δ - некоторая величина, зависящая от расположения точек A и B.

Из утверждения б) следует, что если в точки A и B поместить равные заряды Δq, то их суммарная энергия взаимодействия с внешней сферой будет равна $2\varphi\Delta q$. А поскольку внутренняя полусфера симметрична относительно среза внешней полусферы, то её можно разбить на пары одинаковых малых зарядов Δq. Отсюда следует, что полная энергия взаимодействия внутренней полусферы с внешней равна $W = \varphi q = \frac{kQq}{R}$.

<u>Ответ</u>: $W = \frac{kQq}{R}$.

Критерии

Решения, похожие на первое из тех, что изложены выше, оцениваются по следующей схеме.

№	Критерий	Балл
2.1	Предложена новая совокупность распределения зарядов, упрощающая расчёт энергии взаимодействия	2,5
2.2	Записана формула для энергии взаимодействия «новой» системы через исходные параметры, данные в условии задачи.	1,5
2.3	Записана формула, дающая связь между энергией взаимодействия «новой» системы и энергией взаимодействия исходной системы.	2,5
2.4	Найден верный ответ $W = \frac{kQq}{R}$.	0,5

Решения, подобные второму способу, оцениваются по такой схеме.

№	Критерий	Балл
2.1	Доказывается, что в любой точке круга, дополняющего большую полусферу до замкнутой поверхности, потенциал равен $\varphi = \frac{kQ}{R}$.	3,5
2.2	Высказывается мысль о том, что если потенциалы точек, симметричных относительно среза большой полусферы, равны $\varphi - \delta$ и $\varphi + \delta$, где δ — некоторая константа, зависящая от расположения точек.	1,5
2.3	Найден верный ответ $W = \frac{kQq}{R}$.	1,0

3. Неоднородное поле (8 баллов)

Варламов С. Д., Львов К. В.

Между областью пространства, в которой нет магнитного поля, и областью, в которой есть однородное магнитное поле с направлением вектора индукции B параллельным границе раздела этих областей, имеется «переходный участок» ширины L, в котором поле линейно нарастает. В этот переходный участок перпендикулярно границе раздела влетел протон со скоростью v. Максимальная глубина «проникновения» протона туда, где поле есть, как раз равна толщине «переходного участка». «Разворот» протона длился $\tau_p = 1$ секунду. В точности с такой же скоростью и тоже перпендикулярно границе раздела в эту же область влетел электрон. Сколько времени длился «разворот» электрона? На какую глубину электрон проник в область, где имеется магнитное поле? Масса электрона в 1838 раз меньше массы протона

Решение

Будем считать, что потерь энергии на излучение нет, поэтому величины скорости и протона и электрона во времени не меняются. При этом на движущуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля действует сила (магнитная составляющая силы Лоренца) перпендикулярная и вектору скорости частицы и вектору индукции магнитного поля. То есть вектор скорости поворачивается.

Направление этой силы таково, что частица движется в плоскости перпендикулярной направлению магнитного поля. Если обозначить угол, который образует нормаль к границе раздела и вектор скорости частицы символом α, то глубина проникновения к моменту времени t равна

$$x(t) = \int\limits_0^t v \cdot \cos(\alpha) dt.$$

На такой «глубине» величина индукции магнитного поля равна

$$B(x) = \frac{B(L)x(t)}{L}.$$

Здесь $B(L)$ — это величина магнитного поля на глубине проникновения в переходный участок, равной L.

Скорость вращения вектора скорости частицы равна

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{qB(L)}{Lm}x(t).$$

или (если продифференцировать правую и левую части равенства по времени)

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{qB_L v}{Lm}\cos(\alpha)$$

Поскольку угол поворота скорости фиксирован и равен π, то время разворота с некоторым безразмерным коэффициентом пропорционально величине:

$$T \sim \sqrt{\frac{Lm}{qvB_L}}. \qquad (1)$$

Отметим, что соотношение (1) может быть составлена из параметров, данных в условии задачи: v, B, L, q, m, методом размерностей.

Поскольку масса электрона в 1838 раз меньше массы протона, то на «разворот» электрону потребуется меньше времени в $(1838)^{\frac{1}{2}}$ раз, то есть примерно в 43 раза, следовательно, $\tau_e \approx 0.023$ с. Начальные скорости у протона и электрона одинаковы, их траектории по форме подобны, поэтому во столько же раз будет меньше и глубина проникновения электрона в область с магнитным полем.

Покажем теперь другой способ решения. Пусть магнитное поле направлено вдоль оси OZ декартовой системы координат, а ось OX направлена перпендикулярно границе поля в сторону его увеличения. Обозначим скорость частицы в некоторый момент V, а единичный вектор, направленный вдоль скорости в этот момент времени обозначим $\mathbf{e}_V$, единичный вектор, направленный вдоль оси OX, обозначим $\mathbf{e}_x$, тогда магнитная составляющая силы Лоренца, действующей на частицу с зарядом q, равна

$$\mathbf{F} = \frac{qVB_0x}{L}[\mathbf{e}_V \times \mathbf{e}_x], \qquad (2)$$

где x — глубина проникновения частицы в область поля, B_0 — индукция магнитного поля в области постоянного поля. Пусть φ — угол, на который поворачивается вектор скорости относительно первоначального направления. Поскольку магнитная составляющая силы Лоренца ортогональна вектору скорости, модуль скорости частицы с течением времени не меняется. Радиус кривизны траектории находится из второго закона Ньютона с использованием формулы (2) и оказывается равен

$$R(x) = \frac{mVL}{qB_0x}. \qquad (3)$$

Обозначим длину бесконечно малого элемента длины траектории $dL = R(x)d\varphi$, тогда бесконечно малое изменение координаты x, как следует из формулы (3), равно

$$dx = \frac{mVL}{qB_0x}\cos\varphi \cdot d\varphi. \qquad (4)$$

Соотношение (4) можно привести к интегрируемому виду и далее проинтегрировать

$$d\left(\frac{x^2}{2}\right) = \frac{mVL}{qB_0}\cos\varphi \cdot d\varphi \;\Rightarrow\; x(\varphi) = \sqrt{\frac{2mVL}{qB_0}\sin\varphi}. \qquad (5)$$

Максимальная глубина проникновения в магнитное поле, таким образом, равна

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{2mVL}{qB_0}}. \qquad (6)$$

Из формулы (6) следует ответ на вопрос о глубине проникновения

$$\frac{L_e}{L_p} = \sqrt{\frac{m_e}{m_p}}.$$

Учитывая, что $dt = \frac{dx}{V}$, из формулы (4) имеем соотношение $dt = \frac{mL}{qB_0x}d\varphi$. Подставляем в это соотношение выражение для $x(\varphi)$ из (5), в результате имеем формулу

$$dt = \sqrt{\frac{mL}{2qB_0V}} \cdot \frac{d\varphi}{\sqrt{\sin\varphi}}. \qquad (7)$$

Интегрируя формулу (7) от 0 до $\frac{\pi}{2}$, получим время достижения максимальной глубины проникновения в поле, которое в два раза меньше времени разворота частицы.

При этом для того, чтобы получить ответ на вопрос задачи, необязательно находить значение интеграла от функции $\frac{1}{\sqrt{\sin\varphi}}$. Значение этого интеграла будет одинаковым и для протона, и для электрона. Из этих рассуждений следует соотношение $\tau \sim \sqrt{m}$ и ответ $\tau_e = \tau_p\sqrt{\frac{m_e}{m_p}} \approx \frac{1}{43}$.

Ответ: $\tau_e = \frac{1}{1838^{\frac{1}{2}}}$ с $\approx 0{,}023$ с; $L_e = \frac{L_p}{1838^{\frac{1}{2}}} \approx \frac{L_p}{43}$.

Критерии

Решения, похожие на первое из тех, что изложены выше, оцениваются по следующей схеме.

№	Критерий	Балл
3.1	Утверждение, что скорость частиц сохраняется по величине.	1,0
3.2	Связь величины поля с глубиной погружения частицы в область с полем и углом поворота вектора скорости.	2,0
3.3	Зависимость «углового ускорения» для угла поворота вектора скорости от угла поворота (дифференциальное уравнение).	2,0
3.4	Вывод о том, что квадрат времени разворота пропорционален массе частицы.	1,0
3.5	Ответ для времени разворота электрона $\tau_e = 1838^{-\frac{1}{2}}$ с $\approx 0{,}023$ с.	1,0
3.6	Ответ для глубины проникновения в область поля $L_e = L \cdot 1838^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{L}{43}$	1,0

Решения, похожие на второй способ, оцениваются по такой схеме.

№	Критерий	Балл
3.1	Записана выражение для силы Лоренца с учётом переменного магнитного поля $\mathbf{F} = \frac{qVB_0x}{L}[\mathbf{e}_V \times \mathbf{e}_x]$.	1,0
3.2	Явно указано, что модуль скорости сохраняется.	1,0
3.3	Записана верная формула для радиуса кривизны траектории $R(z) = \frac{mVL}{qB_0z}$.	1,0
3.4	Записано верное выражения для длины малого элемента траектории $\Delta L = R(x)\Delta\phi$.	1,0
3.5	Получено верное соотношение $\Delta x = \Delta L\cos\phi = \frac{mVL}{qB_0x}\cos\phi\Delta\phi$.	2,0
3.6	Ответ для времени разворота электрона $\tau_e = 1838^{-\frac{1}{2}}$ с $\approx 0{,}023$ с.	1,0
3.7	Ответ для глубины проникновения в область поля $L_e = L \cdot 1838^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{L}{43}$	1,0

4. Построение (9 баллов)
Крюков П. А.

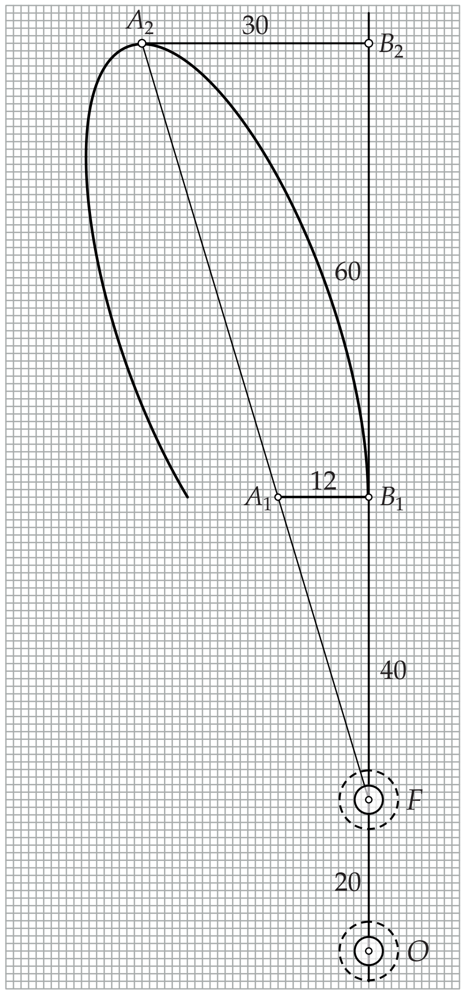
На выданном вам дополнительном листе вы видите кривую, которая является действительным увеличенным изображением половины окружности в тонкой линзе, а также точку (точнее говоря, маленький кружок, лежащий на отрезке, стягивающем концы кривой), являющуюся изображением центра этой окружности. Постройте оптический центр линзы. Найдите фокусное расстояние и радиус окружности. Единицей измерения длины считайте длину стороны маленькой клетки на рисунке.

Построения следует делать на выданном вам дополнительном листе. Учтите, что при оценивании вашего решения будет учитываться только конечный результат, поэтому точность построений и вычислений в этой задаче критически важна.

Решение

Существует несколько вариантов решения. Покажем один из них.

Поскольку изображения радиусов, проведённых из центра в крайние точки полуокружности имеют одинаковый размер, диаметр, закрывающий полуокружность, перпендикулярен главной оптической оси.



При этом главная оптическая ось касается изображения в одной из крайних точек и совпадает с одной из линий сетки. Далее по рисунку определяем размер изображения радиуса, закрывающего полуокружность, получается $A_1B_1 = 12$. Далее определяем расстояние от дальней точки изображения до главной оптической оси $A_2B_2 = 30$ и расстояние между ближней и дальней точками изображения $B_2B_1 = 60$. Прямая A_1A_2 должна проходить через фокус. Из подобия треугольников получаем $B_1F = 40$.

Обозначим R — радиус исходной окружности, a_1 — расстояние, от диаметра, закрывающего полуокружность, до линзы, f — фокусное расстояние. Тогда справедливы соотношения

$$\frac{R}{a_1} = \frac{12}{f+40} \qquad \Rightarrow \qquad a_1 = \frac{f+40}{12} \cdot R. \tag{8}$$

Аналогично для расстояния a_2 от ближней (к линзе) точки полуокружности до линзы имеем формулу

$$a_2 = \frac{f+100}{30} \cdot R. \tag{9}$$

Далее записываем для точки изображения A_1 формулу линзы. Имеем уравнение

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f+40} + \frac{1}{a_1}.$$

Подставляя соотношение (8) в это уравнение, получаем после преобразований соотношение

$$R = 0{,}3f. \tag{10}$$

Учитывая, что $a_1 = a_2 + R$, из соотношений (8) и (9) имеем уравнение

$$\frac{f+100}{30} + 1 = \frac{f+40}{12}.$$

Решая это уравнение, и подставляя найденное значение $f = 20$ в соотношение (10), получаем $R = 6$.

Ответ: $f = 20$, $R = 6$, оптический центр показан на рисунке, представленном выше, буквой O.

Критерии

При оценивании этой задачи верными следует считать значения, которые отличаются от значений, выписанных в ответе, не более, чем на 8%.

№	Критерий	Балл
4.1	Верно изображена главная оптическая ось.	1,0
4.2	Получена точка фокуса, ближайшая к изображению. Полученная точка попадает в круг, обозначенный пунктирной линией.	1,0
4.3	Точка фокуса, ближайшего к изображению, попадает в круг, обозначенный сплошной линией.	1,0
4.4	Найдено значение фокусного расстояния, попадающее в интервал $f = 20 \pm 2$.	1,0
4.5	Найденное значение фокусного расстояния попадает в интервал $f = 20 \pm 1$.	1,0
4.6	Найдено значение радиуса, попадающее в интервал $R = 6{,}0 \pm 1{,}2$.	1,0
4.7	Найденное значение радиуса попадает в интервал $R = 6{,}0 \pm 0{,}6$.	1,0
4.8	Получен оптический центр. Точка попадает в круг, обозначенный пунктирной линией.	1,0
4.9	Оптический центр попадает в круг, обозначенный сплошной линией.	1,0

5. Сжатие насыщенного (11 баллов)
Кроюков П. А.

В теплопроводящем цилиндре под поршнем при температуре окружающей среды T_0 находится один моль насыщенного пара воды. Жидкой воды в сосуде нет. Универсальная газовая постоянная и молярная масса воды равны $R = 8{,}3$ Дж/ (моль · К) и $\mu = 18$ г/моль. Плотность жидкой воды равна 1 г/см^3.

А. (*2 балла*) Пусть объём под поршнем очень медленно уменьшается на 10% при постоянной температуре T_0. Пренебрегая объёмом образующейся жидкой воды, определите работу внешних сил, действующих на поршень $A^{(T)}_{\text{ext}}$, а также изменение внутренней энергии содержимого сосуда $\Delta U^{(T)}$. Удельная теплота парообразования воды равна L. В этой части задачи предполагается ответ в общем виде.

Зависимость давления насыщенного пара от температуры в некотором диапазоне температур даётся в таблицах, представленных ниже. Значения, указанные в этих таблицах можно считать известными во всех следующих частях задачи.

t, °C	23	24	25	26	27	28	29	30
p, кПа	2,81	2,99	3,17	3,36	3,57	3,78	4,01	4,25

t, °C	31	32	33	34	35	36	37	38
p, кПа	4,50	4,76	5,03	5,32	5,63	5,95	6,28	6,63

Б. (*2 балла*) Определите значение удельной теплоты парообразования L при температуре 27 °C.

В. (*3 балла*) Пусть состояние моля насыщенного пара воды, взятого при температуре 27 °C, изменяется таким образом, что пар всё время остаётся насыщенным, при этом его объём уменьшается на 10%. Определите работу внешних сил, действующих на поршень $A^{(\text{нас})}_{\text{ext}}$, а также изменение внутренней энергии содержимого сосуда $\Delta U^{(\text{нас})}$ в этом случае.

Г. (*4 балла*) Представим, что объём моля насыщенного пара, взятого при температуре 27 °C уменьшается на 10% адиабатически. Найдите работу внешних сил, действующих на поршень $A^{(Q)}_{\text{ext}}$, а также изменение внутренней энергии содержимого сосуда $\Delta U^{(Q)}$ для этого случая.

Указание. На линии насыщения справедливо уравнение Клапейрона-Клаузиуса

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\left(\frac{1}{\rho_{\text{г}}} - \frac{1}{\rho_{\text{ж}}}\right)},$$

где dP и dT изменения давления и температуры на линии насыщения, L — удельная теплота парообразования, $\rho_{\text{г}}$ и $\rho_{\text{ж}}$ — плотность газовой фазы и плотность жидкой фазы вблизи линии насыщения при температуре T.

Решение

А. Поскольку процесс происходит при постоянной температуре давление под поршнем в процессе сжатия не меняется. Десятая часть количества водяного пара превращается в жидкость. Работа внешних сил равна

$$A^{(T)}_{\text{ext}} = 0{,}1P_{\text{нас}}V = 0{,}1\nu_0 RT,$$

где $\nu_0 = 1$ моль — количество вещества в сосуде под поршнем.

Количество теплоты, выделяющееся при конденсации 0,1 моля пара, равно

$$Q_{\text{cond}} = -0{,}1\nu_0\mu L, \tag{11}$$

С другой стороны, то же самое количество теплоты равно

$$Q_{\text{cond}} = \Delta U^{(T)} - A_{\text{ext}}^{(T)}. \tag{12}$$

Из формул (11) и (12) следует второй ответ

$$\Delta U^{(T)} = -0{,}1\nu_0\mu L + A_{\text{ext}}^{(T)} = -0{,}1\nu_0\left(\mu L - RT\right).$$

Б. Удельная теплота парообразования может быть найдена при помощи уравнения Клапейрона-Клаузиуса. Заменив производную отношением конечных разностей, далее применяя уравнение Клапейрона для газовой фазы, имеем

$$L = \frac{\Delta P}{\Delta T}\left(\frac{RT^2}{P\mu} - \frac{T}{\rho_{\text{ж}}}\right).$$

Сделаем численную оценку слагаемых в скобках в формуле (13). Легко видеть, что второе слагаемое на 5 порядков меньше первого, так что им можно пренебречь. В итоге имеем соотношение

$$L = \frac{\Delta P}{\Delta T}\cdot\frac{RT^2}{P\mu}. \tag{13}$$

Вычисляя разность давлений для температур 27 °C и 28 °C получаем ответ

$$L \approx 2{,}45\cdot 10^6\ \text{Дж/кг}.$$

В. Преобразуем первое начало термодинамики, используя соотношение $\nu_0 RdT = PdV + VdP$, следующее из уравнения Клапейрона,

$$\delta Q = \left(c_{\text{V}} + R\right)\nu_0 dT - VdP. \tag{14}$$

Уравнение Клапейрона-Клаузиса с учётом малости удельного объёма может быть преобразовано к виду

$$\frac{dP}{dT} = \frac{mL}{TV}. \tag{15}$$

Подставим dP из равенства (15) в соотношение (14). После преобразований получится формула для молярной теплоёмкости насыщенного пара

$$c = \frac{\delta Q}{\nu_0 dT} = \left(c_{\text{V}} + R\right) - \frac{L\mu}{T} = c_{\text{P}} - \frac{L\mu}{T}. \tag{16}$$

При небольшом (по сравнению с температурой T) изменении температуры ΔT, как следует из формулы (16), количество подведённой теплоты приближённо равно

$$Q = \nu_0\left(c_{\text{P}} - \frac{L\mu}{T}\right)\Delta T. \tag{17}$$

Теперь следует выяснить, на сколько изменяется температура пара при уменьшении объёма одного моля пара на 10%. Это можно сделать, используя данные таблицы. Получится, что уменьшению объёма на 10% соответствует увеличение температуры на 2 °C. Подставляя в формулу (17) значения $\Delta T = 2$ К, $T = 300$ К, $c_{\text{P}} = 4R$ (водяной пар — многоатомный газ), $L \approx 2{,}45\cdot 10^6$ Дж/кг (из предыдущего пункта), получаем для количества теплоты значение

$$Q \approx -228\ \text{Дж}. \tag{18}$$

Изменение внутренней энергии равно

$$\Delta U^{(\text{нас})} = \nu_0 c_{\text{V}}\Delta T \approx 50\ \text{Дж} \tag{19}$$

Комбинируя формулы (18) и (19), получаем из первого начала термодинамики ответ

$$A_{\text{ext}}^{(\text{нас})} = \Delta U^{(\text{нас})} - Q \approx 278\ \text{Дж}.$$

Г. Сначала сделаем оценку и поймём остаётся пар насыщенным при адиабатическом уменьшении объёма или нет. Предположим, что пар становится ненасыщенным, тогда будем рассматривать его, как идеальный газ. Показатель адиабаты для многоатомного газа равен $\gamma = \frac{4}{3}$, поэтому уравнение адиабаты для водяного пара может быть записано в виде

$$P(T) = P(T_0)\frac{T^4}{T_0^4}, \tag{20}$$

где $P_0 = 3{,}57\cdot 10^3$ Па, $T_0 = 300$ К. Сделаем расчёт по формуле (20) и определим давление при температуре 28 °C. Получится значение $P(301\ \text{К}) \approx 3618$ Па. Это значение меньше значения давления насыщенного пара при температуре 28 °C. Это означает, что с ростом температуры давление насыщенного пара растёт быстрее, чем растёт давление ненасыщенного пара в адиабатическом процессе. Таким образом, для ответа на вопросы этого пункта задачи следует определить изменение температуры ненасыщенного водяного пара, как идеального газа, при уменьшении объёма на 10%. Используем уравнение адиабаты в виде $TV^{\frac{1}{3}} = \text{const}$.

Значение температуры при уменьшении объёма на 10% равно

$$T_1 = T_0\left(0{,}9\right)^{-\frac{1}{3}} \approx 310{,}7\ \text{К}.$$

Теперь, используя найденное значение T_1, можно найти изменение внутренней энергии ненасыщенного пара

$$\Delta U^{(Q)} = \nu_0 3R\left(T_1 - T_0\right) \approx 266\ \text{Дж}.$$

Работа внешних сил равна изменению внутренней энергии

$$A_{\text{ext}}^{(Q)} = \Delta U^{(Q)} \approx 266\ \text{Дж}.$$

<u>**Ответ**</u>: А. $A_{\text{ext}}^{(T)} = 0{,}1\nu_0 RT$, $\Delta U^{(T)} = -0{,}1\nu_0\left(\mu L - RT\right)$. Б. $L = (2{,}45 \pm 0{,}10)\cdot 10^6$ Дж/кг. В. $\Delta U^{(\text{нас})} = (50{,}0 \pm 5{,}0)$ Дж, $A_{\text{ext}}^{(\text{нас})} = (278{,}0 \pm 12{,}0)$ Дж. Г. $A_{\text{ext}}^{(Q)} = \Delta U^{(Q)} = (266{,}0 \pm 12{,}0)$ Дж.

Критерии

№	Критерий	Балл
5.А.1	Найдено верное выражение для работы внешних сил $A_{\text{ext}}^{(T)} = 0{,}1\nu_0 RT$.	1,0
5.А.2	Найдено верное выражение для изменения внутренней энергии $\Delta U^{(T)} = -0{,}1\nu_0\left(\mu L - RT\right)$	1,0
5.Б.1	Получена формула $L = \frac{\Delta P}{\Delta T}\left(\frac{RT^2}{P\mu} - \frac{T}{\rho_{\text{ж}}}\right)$ или аналогичная.	0,5
5.Б.2	Получена формула $L = \frac{\Delta P}{\Delta T}\cdot\frac{RT^2}{P\mu}$ или аналогичная.	0,5

№	Критерий	Балл
5.Б.3	Найдено значение удельной теплоты парообразования, попадающее в интервал $L = (2{,}45 \pm 0{,}10) \cdot 10^6$ Дж/кг.	1,0
5.В.1	Предлагается непротиворечивый способ расчёта искомых величин, который в случае аккуратной реализации приводит к правильным ответам .	1,0
5.В.2	Найдено значение изменения внутренней энергии, попадающее в интервал $\Delta U^{(\text{нас})} = (50{,}0 \pm 5{,}0)$ Дж.	1,0
5.В.3	Найдено значение работы, попадающее в интервал $A_{\text{ext}}^{(\text{нас})} = (278{,}0 \pm 12{,}0)$ Дж.	1,0
5.Г.1	Указывается, что при адиабатическом сжатии пар становится ненасыщенным и его состояние меняется в соответствии с уравнением адиабаты для идеального газа	2,0
5.Г.2	Найдена температура в конечном состоянии $T_1 \approx 310{,}7$ К (или изменение температуры).	1,0
5.Г.3	Найдено значение изменения внутренней энергии, попадающее в интервал $\Delta U^{(Q)} = (266{,}0 \pm 12{,}0)$ Дж.	0,5
5.Г.4	Найдено значение работы, попадающее в интервал $A_{\text{ext}}^{(Q)} = (266{,}0 \pm 12{,}0)$ Дж.	0,5